

# O princípio do contexto em ‘Os fundamentos da aritmética’ de Frege

Pablo Barbosa Santana da Silva

Universidade Federal Fluminense

## Resumo

Neste trabalho se observa o papel do princípio do contexto de Frege nos fundamentos da aritmética e o motivo pelo qual se apela nesta obra para este princípio. Como se verá, o princípio do contexto desempenha uma função crítica de se opor a uma interpretação psicológica da referência; além de evitar uma concepção física e psicológica dos números. O princípio também tem um papel construtivo no conhecimento de objetos como os números. Nos fundamentos da aritmética (*Grundlagen der Arithmetik*), Frege expõe pela primeira vez de maneira explícita o princípio do contexto. O princípio aparece quatro vezes nos *Grundlagen*, e sua principal ocorrência se encontra no §62: “*Nur in Zusammenhange eines Satzes bedeuten die Wörter etwas.*” (“Apenas no contexto de uma proposição as palavras significam algo.”<sup>1</sup>). Nos *Grundlagen*, o princípio do contexto desempenha o papel de combater uma visão atomística ideacional de significado além do papel positivo de justificar definições contextuais. Embora no período dos *Grundlagen* Frege ainda não tinha desenvolvido de forma clara sua teoria do sentido e referência, de acordo com Dummett, Matthias Schirn e outros autores, é possível observar tal distinção.

**Palavras-chave:** princípio do contexto, psicologismo, atomismo semântico, holismo, definição contextual.

## Abstract

In this paper it to observe the role of Frege’s context principle in the fundamentals of arithmetics and the reason why this work appeals for this principle. As it will be seen, the context principle performs the critical function of opposing a psychological interpretation of reference, besides avoiding a physical and psychological conception of numbers. The principle also has a constructive role in the knowledge of objects as numbers. In the fundamentals of arithmetics (*Grundlagen der Arithmetik*), for the first time Frege exposes explicitly the context principle. The principle appears for four times in the *Grundlagen*, and its main occurrence is encountered in §62: “*Nur in Zusammenhange eines Satzesbedeuten die*

---

<sup>1</sup> Tradução brasileira: FREGE, Friedrich L. Gottlob. *Os fundamentos da aritmética: uma investigação lógico-matemática sobre o conceito de número*. In Peirce e Frege: Col. Os pensadores. São Paulo: Abril Cultural, 1974. p. 256.

*Wörteretwas.*” (“Only in the context of a proposition has a name meaning”). In the *Grundlagen*, the context principle performs the role of challenging an ideational atomistic view of meaning, besides the positive role of justifying contextual definitions. In spite of the fact that during the period of the *Grundlagen* Frege had not clearly developed his theory of meaning and reference, according to Dummett, Mathias Schirn and other authors, it’s possible observe such distinction.

**Keywords:** context principle, psychologism, semantic atomism, holism, contextual definition.

## 1. Introdução

### 1.1. O projeto logicista de Frege

O período que compreende a publicação da *Begriffsschrift* (1879) e alguns breves artigos relacionados a ela, anteriores aos *Grundlagen*, foi denominado por Dummett<sup>2</sup> como o primeiro estágio do desenvolvimento do pensamento de Frege. É nessa época em que Frege desenvolve a lógica proposicional e sua lógica de predicados de primeira e de segunda ordem. O objetivo básico do sistema lógico desenvolvido nesses primeiros trabalhos de Frege era atingir um ideal de maior rigor para a matemática, de modo que suas provas pudessem ser completamente formalizadas sem a necessidade de apelo à intuição para avaliar a sua correção. O segundo período de Frege se estende até a publicação de *Os fundamentos da aritmética*<sup>3</sup> (1884), de acordo com Dummett, é a partir daí que Frege pela primeira vez aparece não meramente como um lógico, mas também como filósofo. Nele, Frege expõe sua conclusão de que todas as noções da aritmética poderiam ser definidas por meio da lógica geral. A famosa tese de que todas as leis aritméticas poderiam ser provadas por meio de princípios da lógica geral, ou que a aritmética é analítica, foi denominada de logicismo.

---

<sup>2</sup> *Truth and oder enigmas*. (sixth printing, 1996) Londres: Duckworth, 1978, pp.89-90.

<sup>3</sup> A partir de agora *Grundlagen*.

Nos *Grundlagen*, após uma fria recepção de sua *Begriffsschrift*, Frege faz uma exposição informal de seu projeto logicista, sem utilizar o formalismo de sua linguagem conceitual, antes de fazer uma exposição formal nas *Grundgesetze der Arithmetik*<sup>4</sup> (Leis básicas da aritmética). Na introdução dos *Grundlagen* Frege anuncia seu programa e por meio de duas questões, a saber: o que são os números? e qual a natureza das verdades da aritmética? Lança um ataque devastador às concepções de seus predecessores e contemporâneos. Para ele as operações e os conceitos mais fundamentais da aritmética não haviam sido bem compreendidos pelos filósofos e matemáticos de seu tempo. Depois de sua crítica à essas concepções, Frege apresenta seu método que tinha por escopo definir as noções da aritmética e provar suas leis básicas por meio de princípios puramente lógicos. Deve-se observar, entretanto, que o programa logicista não se estendia para toda a matemática; em relação à geometria, Frege concordava com Kant de que as suas verdades eram sintéticas a priori, logo dependentes de intuição. Por conta disso, diferentemente da aritmética, que seria analítica a priori e não dependente de intuição, a geometria, sintética a priori e dependente de intuições, não seria redutível à lógica.

No decorrer dos *Grundlagen* o princípio do contexto, que aparece pela primeira na introdução junto com mais dois metodológicos, se mostra de suma importância no empreendimento de Frege de redução da aritmética à lógica. O princípio do contexto se mostra fundamental tanto na crítica às diferentes concepções de número, se opondo às concepções psicologista e fisicalista, e em um sentido contrutivo auxiliando na determinação dos números como entidades lógicas.

## **2. O princípio do contexto**

### **2.1. Apresentação do princípio do contexto**

Embora seja amplamente reconhecido como uma das grandes contribuições de Frege para a filosofia, de um modo geral, e pode se dizer também para a filosofia da

---

<sup>4</sup>A partir de agora *Grundgesetze*.

linguagem, em particular, (enquanto interpretado como um princípio semântico) o princípio que foi chamado pelos filósofos contemporâneos de o ‘princípio do contexto’ é um princípio controverso. E que já causou bastante discussão entre os comentadores de Frege. Também há interpretações do princípio do contexto como um princípio mais epistemológico<sup>5</sup>, como em Gregory Currie que não será visto aqui, e que se opõe à interpretação de Dummett de que o princípio do contexto seja um princípio semântico e pertencente à filosofia da linguagem.

Muito foi discutido sobre a função do princípio na obra de Frege. Em quais textos do autor ele ocorre, e se há uma formulação do princípio depois dos *Grundlagen*. Se Frege teria abandonado o princípio em seu período de maturidade, depois de ter desenvolvido plenamente sua doutrina semântica e estabelecido a clássica distinção entre sentido e referência (depois de 1890). Ou ainda se o princípio entra em conflito com outro princípio fregeano (reconhecidamente importante) como o chamado princípio de Frege ou princípio de composicionalidade. Isso só para colocar algumas das dificuldades exegéticas que o princípio do contexto já suscitou.

Um ponto comum é que o princípio do contexto aparece de forma explícita quatro vezes nos *Grundlagen*. Enquanto intérpretes de Frege como Angelelli<sup>6</sup> e Resnik<sup>7</sup> afirmaram o que o princípio tenha sido rejeitado em obras posteriores. Sluga afirmou ter encontrado evidências de que Frege manteve o princípio em textos posteriores. Ao passo que Dummett argumentou que Frege manteve o princípio nas *Grundgesetze* – onde aparece de forma implícita e em uma versão ou um princípio do contexto generalizado.

---

5" Cf. Gregory Currie: Frege on Thoughts, *Mind*. 89, (1980) p. 242.

6" Cf. *CRITICAL REMARKS ON MICHAEL DUMMETT'S FREGE AND OTHER PHILOSOPHERS* (Review of Michael Dummett, *Frege and other philosophers*, Oxford, Clarendon Press, 1991, pp. 387-400)

7 Cf. *The Context Principle in Frege's Philosophy*. In: *Philosophy and Phenomenological Research*, Vol. 27, Nº 3 (Mar., 1967), pp. 256-365.

As ocorrências explícitas do princípio do contexto nos *Grundlagen* são as seguintes:

- (1) “deve-se perguntar pelo significado das palavras no contexto da proposição, e não isoladamente (...)”; <sup>8</sup>
- (2) “Deve-se porém atentar sempre a uma proposição completa. Apenas nela têm as palavras propriamente significado (...)”; <sup>9</sup>
- (3) “Apenas no contexto de uma proposição as palavras significam algo.”; <sup>10</sup>
- (4) “(...) uma palavra não deve ser definida isoladamente, e sim no contexto de uma proposição.” <sup>11</sup>

O princípio é exposto como em (1), na introdução dos *Grundlagen* como o segundo princípio de três princípios metodológicos fundamentais que deveriam nortear toda a obra. Mais adiante, no capítulo IV, o princípio torna a aparecer no §60, em (2) como observa Dummett “no fim da passagem crucial, §§ 55-61, em que Frege argumenta pela necessidade de reconhecer números como objetos, e como uma importante parte da justificação para considerá-los” <sup>12</sup>. E no §62, em (3), quando Frege tenta definir contextualmente números cardinais, o princípio do contexto é reiterado “no

---

8 Op. Cit. *Os fundamentos da aritmética*. p. 208.

9" Ibidem, p. 252.

10" Ibidem, p. 256.

11" Ibidem, p. 280.

12 Cf.: DUMMETT, M. (1981), p. 360. Tradução minha. No original: “(...) towards the end of the crucial passage, §§ 55-61, in which Frege argues for the necessity of regarding numbers as objects, and as an important part of the justification for so regarding them.”

início de uma igualmente crucial passagem, §§ 62-69, em que Frege apresenta suas razões para definir números cardinais do modo como o faz, a saber, como classes de conceitos.”<sup>13</sup> Por fim, o princípio retorna no §106, em (4), quando Frege faz uma revisão de seus princípios metodológicos.

O princípio do contexto em uma função negativa, ou crítica, se opõe a uma visão psicologista e fisicalista de número e em um sentido positivo contribui na determinação de termos numéricos e dos termos da linguagem. O princípio em sua função metodológica é importante para evitar o psicologismo e o fisicalismo, Frege objetiva mostrar que o significado (*Bedeutung*) de expressões da linguagem não é algo subjetivo ou individual. E também tem um papel epistêmico importante no conhecimento de objetos lógicos, ou abstratos, como os números. Aplicado em um sentido metodológico ele combate uma visão ideacional e atomística do significado tanto das palavras, em um sentido mais geral como de termos numéricos em específico. Tal concepção, a partir da qual o significado dos termos é obtido por meio de ideias ou imagens mentais, se oporia à própria objetividade da matemática.

## 2.2. O princípio do contexto e a refutação do psicologismo

A introdução dos *Grundlagen* começa com a investigação de Frege sobre a teoria dos números e com sua crítica às concepções de número e da verdade matemática de seus predecessores e contemporâneos. Nela também se encontra a primeira ocorrência do princípio do contexto, quando Frege anuncia três princípios fundamentais. O primeiro princípio é a rejeição ao psicologismo; o segundo o princípio chamado pelos filósofos contemporâneos do princípio do contexto, e que tem, diz Frege, uma relação estreita com o primeiro princípio; e o terceiro princípio básico é a distinção entre conceito e objeto. Esses três princípios aparecem nos *Grundlagen* da seguinte forma:

---

<sup>13</sup> Idem, p. 360. No original: “at the beginning of the equally crucial passage, §§ 62-69, in which Frege sets out his reasons for defining cardinal numbers in the way he does, namely as classes of concepts”

“deve-se separar precisamente o psicológico do lógico, o subjetivo do objetivo;

deve-se perguntar pelo significado das palavras no contexto da proposição, e não isoladamente;

não se deve perder de vista a distinção entre conceito e objeto.”<sup>14</sup>

Ao longo da introdução dos *Grundlagen* Frege defende que os conceitos e inferências fundamentais da aritmética são baseados em leis gerais da lógica e não na psicologia como defendiam alguns filósofos que lhe eram contemporâneos. Para os empiristas, que pretendiam fundamentar todo o conhecimento humano na experiência sensível, os conteúdos da mente humana são formados por impressões sensoriais e imagens mentais deixadas por essas impressões. Portanto, mesmo os conhecimentos matemáticos seriam produto de impressões sensoriais e imagens mentais. Para Frege, no entanto, havia a necessidade de eliminar a confusão dentro da filosofia entre os âmbitos da psicologia e o âmbito da lógica e, subsequentemente, da matemática. Se convinha distinguir a matemática da psicologia, por outro lado, a matemática tinha a relação mais íntima com a lógica. Uma ciência tão certa como a matemática não poderia ser fundamentada por uma ciência tão precária e instável como a psicologia: a “instabilidade e indeterminação de todas estas configurações opõem-se firmemente à determinação e estabilidade dos objetos e conceitos matemáticos”<sup>15</sup> Frege dedica uma parte dos *Grundlagen* para refutar essa concepção e a concepção de número de John Stuart Mill, o filósofo empirista mais famoso da época. Sensações e imagens mentais não têm nada a ver com a aritmética e em nada contribuem para sua compreensão; diferentes matemáticos formam diferentes imagens mentais de um mesmo número e as condições dos processos mentais não contribuem de forma alguma para a verdade de uma proposição aritmética.

---

14 Op. Cit. *Os fundamentos da aritmética*. p. 208.

15" Idem, p. 205.

A sensação e imaginação humana, objetos da psicologia, são diferentes dos conceitos que, por sua vez, são objetos da aritmética. Enquanto ideias, e a consciência humana, estão em constante mudança e evolução, um conceito, embora tenha uma história de descoberta e expressão dele, não evolui. O conceito, que é estudado pelo matemático, e como defendeu Frege ao longo de toda a vida, é uma entidade objetiva, e não subjetiva, e difere de uma imagem mental. Convém, portanto, separar a matemática, que lida com conceitos objetivos e não ideias mentais, da psicologia. Não obstante, “tanto mais deve pois a matemática recusar qualquer subsídio por parte da psicologia, tanto menos pode renegar sua conexão íntima com a lógica.”<sup>16</sup> As definições e conceitos mais básicos da aritmética têm seu fundamento na lógica. O primeiro princípio fundamental apresentado por Frege, a necessidade de separar o lógico do psicológico, é já discutido na introdução dos *Grundlagen*, ao passo que os outros dois princípios, o princípio do contexto e a distinção entre conceito e objeto, aparecem de repente. Ao longo do livro, conforme Frege define sua concepção de número, estes dois princípios têm a sua função melhor esclarecida no texto.

O princípio do contexto é ligado por Frege ao primeiro princípio e tido como fundamental para evitar que se tomem imagens mentais como o significado das palavras. Ele é importante para que se evite explicar o significado das palavras, e termos numéricos, a partir de um ponto de vista psicológico e subjetivista. O psicologismo, como acusa Frege, comete o erro de perguntar pelo significado das palavras em isolado, a despeito dos contextos sentenciais em que podem ocorrer, o que levaria a associar o significado de um termo com uma imagem mental. Ao longo da história da filosofia, como observa Dummett<sup>17</sup>, a concepção psicologista dos termos do atomismo semântico, comum a Aristóteles e aos empiristas ingleses, sustentou que uma palavra representa uma ideia e que uma frase ou sentença representa um complexo de ideias. Tal

---

<sup>16</sup> Ibidem, p. 207.

<sup>17</sup> Cf.: DUMMETT, Michael. *Truth and oder enigmas*. (sixth printing, 1996) Londres: Duckworth, 1978. p. 94.



concepção, que viola o princípio do contexto de jamais perguntar pelo significado de um termo em isolado, mas somente em um contexto sentencial, praticamente força a associar o significado de uma palavra à uma imagem mental. Entretanto, se se observa o princípio do contexto, o significado de um termo consiste na sua contribuição para o significado da sentença em que ocorre. Imagens mentais que um termo pode despertar em um falante ou ouvinte de forma alguma são relevantes para o seu significado; do mesmo modo que não são relevantes para a determinação de termos numéricos e de verdades aritméticas.

Os objetos da aritmética (Cf. §105 dos *Grundlagen*) são acessados exclusivamente pela razão. Frege também argumenta que ao sensível não pertence tamanha generalidade de poder se aplicar também ao não sensível. Eles são objetos objetivos que existem independentemente da atividade humana. O princípio do contexto aparece, nesse sentido, como condição essencial para o reconhecimento da objetividade de objetos não atuais como termos números. Objetos não precisam ser atuais para serem objetivos.

Se o princípio do contexto não é observado, como indica Frege, se cai no erro empirista de considerar os números como objetos atuais com propriedades físicas ou do psicologismo de que números são subjetivos e produtos de processos mentais. Como diz Frege no § 106 dos *Grundlagen* em uma das ocorrências do princípio do contexto: “Estabelecemos então o princípio de que uma palavra não deve ser definida isoladamente, e sim no contexto de uma proposição, cuja obediência basta, creio eu, para evitar a concepção física do número sem recair no psicologismo.”<sup>18</sup> Para Resnik<sup>19</sup> essa ocorrência do princípio do contexto, bem como a do § 62, está ligada a uma interpretação do princípio como que relacionado à referência e ao seu corolário “nunca perguntar a referência de uma palavra de forma isolada.” Frege aparentemente pensa que

---

<sup>18</sup> *Grundlagen*, §106, p. 280.

<sup>19</sup>

perguntar pela referência de uma palavra em isolado é pedir para ser suprido com algum objeto físico ou imagem mental. Caso contrário, perguntar pelas referências de palavras em isolado não precisa dirigir-nos para o psicologismo.”<sup>20</sup>

### 2.3 As definições contextuais e o princípio do contexto

Em seu artigo ‘Frege’s Context Principle’, Bar-Elli dá a seguinte explicação sobre o que é uma definição contextual: “Uma definição contextual é aquela em que a referência de um termo é concebida unicamente em termos do significado de um contexto no qual ele ocorre, onde o significado é atribuído a este contexto como um todo em termos de outras expressões. Um exemplo clássico é a definição contextual acima de direção oferecida por Frege (como um estágio preliminar) nos FA: direções não são definidas diretamente ou explicitamente, mas o significado é conferido sobre todo o contexto - a identidade entre as direções das linhas - em termos de linhas e paralelismo.”<sup>21</sup>

De acordo com Dummett uma das funções do princípio do contexto seria a de justificar definições contextuais, como, por exemplo, na seguinte passagem de seu texto Frege’s Philosophy:

Quando os *Grundlagen* é lido em seu sentido natural, sem a importação de pontos de vista expressos apenas em escritos posteriores de Frege, é claro que ele considerava o seu princípio que as palavras só têm sentido no contexto de sentenças como

---

20" Cf. Resnik, 1967. pp. 358-59. No original: Frege apparently thinks that asking for the reference of a word in isolation is to ask to be furnished with some physical object or mental image. Otherwise asking for the references of words in isolation (page 359) need not drive us to psychologism.

21 Cf. BAR-ELLI, Gillead. P. 118. No original: “A contextual definition is one in which the reference of a term is conceived solely in terms of the meaning of a context in which it occurs, where meaning is ascribed to this context as a whole in terms of other expressions. A classical example is the above contextual definition of direction offered by Frege (as a preliminary stage) in FA: Directions are not defined directly or explicitly, but a meaning is conferred on the whole context - the identity between directions of lines - in terms of lines and parallelism.”

justificando definição contextual, e assumiu que isto é uma de suas consequências mais importantes.<sup>22</sup>

Antes de discutir essa questão algumas observações devem ser feitas sobre os *Grundlagen*. Em relação à sua concepção de número, Frege toma de Leibniz que o conjunto infinito dos números naturais pode ser demonstrado a partir de algumas fórmulas gerais e do um e o aumento de um ( $n, n+1\dots$ ), sendo cada número definido a partir do número que o precede. Algo que se pode observar de ambos é que as verdades da aritmética pertencem ao domínio do necessário, são verdades que não dependem do testemunho dos sentidos, posição que difere, por exemplo, da de John Stuart Mill e Kant que consideravam os números derivados pressupostos empíricos. Tanto para Leibniz como para Frege as leis aritméticas são analíticas a priori e mantêm a relação mais estreita com a lógica. Os números são entidades gerais que se aplicam a todo tipo de objeto, não só aos objetos reais ou intuíveis, mas também aos objetos incorpóreos e não sensíveis, eles enumeram tudo o que pode ser pensado. E os números são entes de razão. Por conta da característica dos números de enumerar tudo o que possa ser pensável, de modo algum eles são entidades sensíveis.

No §38 dos *Grundlagen*, quando Frege fala do número um, ele diz que por meio do artigo definido um único objeto do estudo científico é indicado. E no §45 observa que a palavra *um* deve ser distinguida do conceito de unidade, o *um* deve ser entendido como um nome próprio que não admite plural. Este ponto é mais desenvolvido por Frege em seu artigo de 1892, *Sobre o conceito e o objeto*, nele Frege toma como critério que o artigo definido singular sempre indica um objeto.

---

22 In: Truth and Other Enigmas. p. 95. No original: “When Grundlagen is read in its natural sense, without the importation of views stated only in Frege's subsequent writings, it is plain that he regarded his principle that words have meaning only in the context of sentences as justifying contextual definition, and took this to be one of its most important consequences.”

No §55 dos *Grundlagen*, Frege tenta uma definição contextual da série dos números naturais ao definir contextualmente o número 0, o número 1 e sucessão numérica. No capítulo três dos *Fundamentos da aritmética* (§46) se observou que uma “indicação numérica contém um enunciado sobre um conceito”<sup>23</sup>, e no §55 Frege dá as seguintes definições contextuais:

O número 0 corresponde ao conceito  $F \leftrightarrow \forall x (\neg Fx)$

O número 1 corresponde ao conceito  $F \leftrightarrow \neg \forall x (\neg Fx) \wedge \forall x \forall y ((Fx \wedge Fy) \rightarrow x=y)$

O número  $n+1$  corresponde ao conceito  $F \leftrightarrow \exists x (x \text{ é } F \text{ e } n \text{ é o número que corresponde ao conceito “que cai sob } F, \text{ mas não é } x”)$

Essa definição contextual, não obstante, possui um problema singular. Ela não possibilita dizer que dado um objeto qualquer se este é um número ou não. A definição não exclui que um objeto arbitrário qualquer, como o famoso imperador romano Júlio César, não seja um número. Este problema, que aparece pela primeira vez no §56 dos *Grundlagen*, é o chamado problema de Júlio César. Pela definição acima, além de não se saber se Júlio César é um número, não se tem também um critério de igualdade de modo que se possa dizer que se a um conceito  $F$  convém o número  $a$  e ao mesmo conceito convém o número  $b$ , então  $a=b$ . Portanto, tal definição contextual se mostra insatisfatória.

No §57 Frege diz que expressões numéricas podem ter sempre a forma de uma equação ou igualdade numérica e que podem ser reduzidas à sua forma substantiva. Embora as expressões numéricas sejam correntemente empregadas na linguagem cotidiana de forma atributiva, isso é enganoso, pois o uso do artigo definido em um número individual indica que ele é um objeto independente. A distinção entre objetos e suas propriedades repercute no plano linguístico. Uma vez que objetos são designados por nomes próprios gramaticais, expressões definidas e, posteriormente, nas *Grundgesetze*, também sentenças. E “há uma espécie de proposições que devem ter um sentido para cada objeto, que são as proposições de reconhecimento, chamadas, no caso

---

23 Op. Cit. *Os fundamentos da aritmética*. p. 244.

dos números, de equações.”<sup>24</sup> Um numeral ou um termo numérico nunca pode ocupar o espaço lógico de um predicado. Toda proposição como, por exemplo, “Júpiter tem 4 luas”, onde o número 4 aparece em posição adjetiva, pode ser convertida na sua forma substantiva “o número de luas de Júpiter é o 4” (onde o artigo definido singular em “o 4” indica que o numeral aparece como um objeto independente); e o “é” da sentença, como propõe Frege, não é copulativo, mas indica uma igualdade (tem o sentido de “é igual a”, “é o mesmo que”).

A sentença, portanto, pode ser escrita na forma de uma equação: “o número de luas de Júpiter = 4” ou  $NxFx=4$ , onde F denota o conceito “luas de Júpiter”. Assim como na sentença acima, onde o número 4 é igual ao número que corresponde ao conceito F, de forma análoga se pode fazer o mesmo com todas as sentenças que contêm termos numéricos. Mais adiante, no §63, por meio do princípio de Hume, Frege estabelecerá ainda um critério de igualdade numérica com o escopo de se poder dizer quando dois conceitos têm o mesmo número.

Frege assume, após o § 61, que tenha mostrado que números são objetos e devem ser tratados como tais. E introduz, no § 62, a noção de critério de identidade que é associada a todo nome próprio ou termo singular; para Dummett,<sup>25</sup> o parágrafo mais fértil já escrito onde se encontra o primeiro exemplo, já encontrado, da virada linguística na filosofia – e que transforma os *Grundlagen* de Frege na primeira obra de filosofia analítica. Uma vez que números são objetos Frege toma como fundamental responder à questão kantiana epistemológica de ‘como os números nos são dados?’. Na doutrina kantiana objetos só são dados na intuição, posição que Frege rejeita, uma vez que para ele números são objetos que não possuem características fisicamente perceptíveis ou que possamos ter qualquer intuição.

---

24 Idem. § 106, p. 281.

25" DUMMETT, (1991b). p.111.

Com o intento de determinar como, pois, apreendemos os números, uma vez que não nos são dados empiricamente, Frege coloca a seguinte questão no § 62 dos onde temos uma enunciação do princípio do contexto:

Como nos pode pois ser dado um número, se não podemos ter dele nenhuma representação ou intuição? Apenas no contexto de uma proposição as palavras significam algo. Importará portanto definir o sentido de uma proposição onde ocorra um numeral.<sup>26</sup>

Para responder à questão epistemológica de como os números nos são dados, Frege recorre ao princípio do contexto. O problema epistemológico se converte, então, de acordo com Dummett, na questão de como os sentidos de sentenças que contêm termos numéricos são fixados. E há a virada linguística, já que o princípio do contexto é estabelecido como estritamente linguístico – um princípio acerca dos significados das palavras e suas ocorrências em sentenças. Com isso, o problema epistemológico, com implicações ontológicas, de como os números nos são dados é convertido em um sobre o significado de sentenças.

Frege estabeleceu que números são objetos objetivos supra-sensíveis. No entanto, cumpre ainda determinar quando a dois conceitos F e G convêm o mesmo número. Há de se estabelecer um critério de igualdade numérica entre conceitos, definir o sentido de uma sentença em que o “número que convém ao conceito F é o mesmo que convém ao conceito G”<sup>27</sup>. Para tanto, Frege recorre no §63 dos *Grundlagen* ao princípio que ficou conhecido como princípio de Hume: “Quando dois números são combinados de tal modo que um tenha sempre uma unidade correspondente a cada unidade do outro, pronunciamo-los iguais.”<sup>28</sup> Esse princípio introduz o operador de cardinalidade. E habilita tal definição contextual de número cardinal:  $NxFx=NxGx \Leftrightarrow F \approx G$ , se estabelece

---

<sup>26</sup> Ibidem, §62, p. 253-254.

<sup>27</sup> Ibidem, p. 254.

como critério de igualdade numérica entre dois conceitos F e G a correspondência biunívoca, correspondência um-para-um, entre os objetos que caem sob os dois conceitos. Dois conceitos F e G são equinumericos ( $\approx$ ), têm o mesmo número ou cardinalidade, se há uma relação de equivalência (uma relação reflexiva, transitiva e simétrica) entre eles.

Frege faz ainda mais tentativa de definição contextual, agora partindo de um exemplo tirado da geometria. Aqui como critério de igualdade se recorre à Lei de Leibniz, também conhecida como princípio da substituição *salva veritate*, de acordo com esta lei: “São iguais as coisas que, salvo a verdade, podem ser substituídas uma pela outra (*Eadem sunt quorum unum potest substitui alteri salva veritate*)”<sup>29</sup>. A nova definição contextual é obtida por meio de uma equação que expressa o paralelismo entre retas em termos da identidade da direção entre retas. Da definição se tem que a reta *a* é paralela à reta *b* ( $a//b$ ), se e somente se a direção da reta *a* é igual à direção da reta *b* ou def.:  $\text{dir.}(a)=\text{dir.}(b)\leftrightarrow a//b$ . Esta definição é também chamada de definição por abstração, ela transforma uma relação de equivalência em uma identidade. De acordo com Frege, o juízo que expressa o paralelismo entre retas contém uma prioridade epistêmica em relação ao juízo que expressa a igualdade da direção entre retas. O conceito de reta é mais primário que o de direção. Em sentenças que expressam o paralelismo entre retas, o conceito de reta, diferentemente do conceito de direção, é dado na intuição e é condição do conhecimento do conceito de direção. Para Frege, essa ordem epistêmica, ou ordem do ser, deve ser respeitada.

Essa definição contextual, contudo, possui alguns problemas dentre os quais a última objeção de Frege se mostra insalvável para esse tipo de definição. Ela não permite

---

28" Ibidem, p. 254.

29 Ibidem, p. 255, §65, Cf.: nota 91.

dizer “se a Inglaterra é o mesmo que a direção do eixo da Terra”<sup>30</sup> (problema de Júlio César). A partir do §68, Frege rejeita a definição contextual em favor de uma definição explícita “o número que corresponde ao conceito  $F$  é a extensão do conceito ‘equinúmero ao conceito  $F$ ’”, ou o  $NxFx = \text{ext}(X: X \approx f)$ . O operador de cardinalidade não dá conta de alguns problemas como o problema de Júlio César, como observa Dummett:

A tentativa de definição contextual do operador de cardinalidade sugerida no § 63 não é rejeitada porque é uma definição contextual; essa característica dela é justificada no § 65. Ela é rejeitada, em vez disso, pelo facto de não resolver o problema César Julius (...) <sup>31</sup>

O princípio de Hume, falha em excluir da definição contextual objetos que não sejam números. A definição se mostra insatisfatória e Frege recorre então a uma definição explícita de número. A alegação de Dummett, então, de que a função do princípio do contexto é justificar definições contextuais parece problemática, uma vez que Frege rejeita suas definições contextuais e no § 69 dos *Grundlagen* dá uma definição explícita de número cardinal. Também no § 106 o princípio do contexto reaparece como um princípio metodológico fundamental, indicando que mesmo se uma das funções princípio é a de justificar tais definições não é sua única função.

---

30" Ibidem, p. 256.

31 Op. Cit. DUMMETT (1991 b), p. 180. (...) The attempted contextual definition of the cardinality operator suggested in §63 is not rejected because it is a contextual definition; that feature of it is justified in §65. It is rejected, rather, because it fails to solve the Julius Caesar problem (...)



#### 2.4. O princípio do contexto, o princípio de prioridade e o princípio de composicionalidade

Como observa, no entanto, Matthias Schirn contra Sluga e Currie<sup>32</sup> é ilícito confundir a tese da prioridade com o princípio do contexto, deve-se observar algumas diferenças entre os dois princípios. Dummett também critica Sluga por confundir o princípio do contexto com o princípio de prioridade; tal confusão ou a assimilação entre o princípio do contexto e a tese de prioridade levaria ainda Sluga a uma identificação errada de conflito entre o princípio do contexto com o princípio de composicionalidade, uma vez que o princípio de prioridade, diferente do princípio do contexto, entra em conflito com o princípio de composicionalidade.

Enquanto o princípio do contexto diz que uma palavra só tem significado no contexto de uma sentença, o princípio de composicionalidade diz que o sentido de uma sentença é uma composição funcional de suas partes. O princípio do contexto, no entanto, não entra em conflito com o princípio de composicionalidade, pois não diz que o significado de uma palavra deriva de seu papel na sentença, mas sim que seu papel na sentença determina qual, dos seus muitos significados possíveis, está sendo usado. Já a tese da prioridade de Frege, como pontua Schirn, é uma tese a respeito da prioridade do sentido das proposições em relação ao sentido de expressões conceituais e relações. Por meio do princípio de prioridade um pensamento é decomposto em partes insaturadas, conceitos e relações, e o sentido dessas palavras é obtido somente pela decomposição de um pensamento por meio de um procedimento de formação de buracos. O princípio do contexto, por sua vez, é um princípio sobre a referência e o sentido de palavras simples e compostas de qualquer classe, ele nada diz sobre a formação e obtenção de partes insaturadas de um pensamento. O princípio do contexto indica a primazia da referência e do sentido das proposições em relação às palavras, o princípio diz que a referência e o

---

<sup>32</sup> Cf.: Hans Sluga - *Gottlob Frege*. London 1980, pp. 94; e Gregory Currie - *Frege an introduction to his philosophy*. Brighton, 1982, pp. 19.

sentido das palavras consiste em contribuir para determinar a referência e o sentido das proposições em que elas aparecem.

Nos *Grundlagen* termos importantes como *Inhalt* (conteúdo), *Sinn* (sentido) e *Bedeutung* (referência) ainda não têm uma distinção elaborada e nítida como na posterior obra e doutrina semântica de Frege. Embora nesse período Frege ainda não tinha desenvolvido estritamente sua teoria do sentido e referência, tanto Schirn como as interpretações de Dummett e de Wright<sup>33</sup> sobre o princípio do contexto repousam na distinção entre sentido e referência. De acordo com Schirn há consideráveis evidências que a preocupação principal de Frege seria aplicar o princípio do contexto à referência das palavras. O princípio do contexto aplicado à referência indica a condição para que uma palavra qualquer, e termos numéricos, (termo singular ou predicado) possa ter referência de qualquer modo. E há a primazia da referência de sentenças com relação a referência de expressões sub-sentenciais, sua referência consiste em sua contribuição para determinação da referência das sentenças em que pode ocorrer. Do mesmo modo, o princípio quando aplicado ao sentido, seu sentido consiste em sua contribuição para determinação do sentido de qualquer sentença em que pode ocorrer.

Dummett defendeu que o princípio do contexto se manteve como aplicado ao sentido, embora tenha se tornado cético sobre sua aplicação à referência nas *Grundgesetze* como um princípio do contexto generalizado; o princípio do contexto em forma generalizada, aparece de acordo com Dummett, quando Frege estabelece um critério para a identidade de extensões por meio de uma definição explícita de número.

---

33 Cf.: WRIGHT (1983), capítulo 1. p. 1-50.

No entanto, em relação aos *Grundlagen*, como observa Peter Milne,<sup>34</sup> a posição de Dummett e Wright a respeito da consideração do princípio do contexto como uma tese sobre o sentido e a referência pode ser resumida como se segue. O princípio do contexto quando aplicado ao sentido “diz respeito ao sentido de uma palavra para os sentidos de (os pensamentos expressos por) todas as sentenças em que a palavra pode aparecer.”<sup>35</sup>

Já o princípio do contexto quando aplicado à referência, ou grosso modo “sob a forma de tese da prioridade sintática de Wright, diz que se um termo se comporta sintaticamente como um termo singular ou nome próprio, em uma sentença assegurada de sentido, então, se a sentença é verdadeira, o termo tem como referente um objeto.”<sup>36</sup> Sendo que Dummett omite “se a sentença é verdadeira”,<sup>37</sup> que embora a doutrina do sentido e referência invoquem que a sentença tenha um valor de verdade, é provável que os *Grundlagen* não exija isso. Essa seria a forma como Frege, de acordo com Dummett e Wright, teria usado o princípio do contexto para derivar a existência dos números como objetos abstratos, posição que Milne questiona como pouco evidente.

---

34" Cf.: MILNE 1986. p. 492.

35 Op. Cit. p. 492. Tradução minha.

36" Ibidem, p. 492.

37" Ibidem, cf.: nota 7.

### 3. REFERÊNCIAS:

ANGELELLI, Ignacio. *CRITICAL REMARKS ON MICHAEL DUMMETT'S FREGE AND OTHER PHILOSOPHERS* (Review of Michael Dummett, *Frege and other philosophers*, Oxford, Clarendon Press, 1991, pp. 387-400)

BAR-ELLI, Gillead. *FREGE'S CONTEXT PRINCIPLE*. In: [Philosophia](#). April 1997, Volume 25, pp 99-129.

DUMMETT, M. *Frege. Philosophy of Language*. Londres, Duckworth, 1973.

\_\_\_\_\_. *Truth and other enigmas*. (sixth printing, 1996) Londres: Duckworth, 1978.

\_\_\_\_\_. *The interpretation of Frege's Philosophy*. London: Duckworth, 1981.

\_\_\_\_\_. *Frege and other Philosophers*. New York: Oxford University Press, 1991a.

\_\_\_\_\_. *Frege: Philosophy of Mathematics*. London: Duckworth, 1991b.

FREGE, Friedrich L. Gottlob. *Os fundamentos da aritmética: uma investigação lógico-matemática sobre o conceito de número*. In Peirce e Frege: Col. Os pensadores. São Paulo: Abril Cultural, 1974.

GREEN, Karen. *Dummett: Philosophy of language* (key Contemporary Thinkers). Blackwell: Cambridge, 2001.

MILNE, Peter. *Frege's Context principle*. In: *Mind, New Series*, Vol. 95, N° 380 (Oct., 1986), pp. 491-495.

RESNIK, Michael David. *The Context Principle in Frege's Philosophy*. In: *Philosophy and Phenomenological Research*, Vol. 27, N° 3 (Mar., 1967), pp. 256-365.

SCHIRN, Matthias. *Perspectives in Analytical Philosophy – Frege: Importance and Legacy*. Berlin: Walter de Gruyter, 1996.

\_\_\_\_\_. *El metodo de descomposicion de pensamientos en Frege*. In: Revista ANALISIS FILOSOFICO XII (1992) N°1, pp. 31-41.

\_\_\_\_\_. *Los numeros como objetos y el analisis de los enunciados numericos*. In: Revista ANALISIS FILOSOFICO XII (1994) N°1, pp. 21-40.

SLUGA, Hans. *Gottlob Frege*. London: Routledge and Kegan Paul, 1980.

WEINER, Joan. *Frege explained (from Arithmetic to Analytic Philosophy)*. Open Court: Chicago, 2004.

WRIGHT, Crispin. *Frege's conception of numbers as objects*. Aberdeen University Press, Aberdeen, 1983.